Arbeitskreis Bayerischer Physikdidaktiker

Beiitrag aus der Reihe:

Werner B. Schneider (Hrsg.)

Wege in der Physikdidaktik

Band 2

Anregungen für Unterricht und Lehre

ISBN 3 - 7896 - 0100 - 4

Verlag Palm & Enke, Erlangen 1991

Anmerkung:

Edwin Schwab

Nachrichtensatelliten

Ein Unterrichtsprojekt für den Physikunterricht der 11.Jahrgangsstufe

1. Vorbemerkungen

Im Physikunterricht der 11.Jahrgangsstufe stellt sich dem Lehrer häufig die Frage nach Anwendungen aus der Praxis zu dem für die Schüler manchmal etwas trockenen Mechanik-Lehrstoff. Gerade in der zweiten Hälfte des Schuljahres, nach erfolgter Leistungs- und Grundkurswahl, ist die Motivation der Schüler durch eine interessante Problemstellung besonders wichtig. So faszinierend die Möglichkeit zur Berechnung der Planetenbewegung durch die KEPLERschen Gesetze ist, bleibt die Frage nach weiteren einfachen Anwendungen dieser Regeln offen, die dem Schüler vielleicht etwas näher liegen.
Hier bietet sich die Behandlung der Bewegung von Nachrichtensatelliten an - auf Grund der zunehmenden Bedeutung der Telekommunikation ein Gebiet, das für Schüler interessant und reizvoll ist.
Die folgende Unterrichtseinheit zeigt eine Möglichkeit zur Behandlung dieses Themas im Unterricht auf. Die Daten entsprechen der Realität und wurden den in der Literatur genannten Broschüren und Schriften entnommen.
Weiter bietet diese Unterrichtseinheit folgende Aspekte in Ergänzung zu den herkömmlichen Aufgaben zur Planetenbewegung:

- Die Berechnung der Planetenbahnen erfolgt in der Regel mit kreisförmigen Bahnen. Im Gegensatz dazu wird das 1.KEPLERsche Gesetz jedoch für Ellipsenbahnen formuliert. Gängige Anwendungen im Unterricht fehlen hier. Bei den Nachrichtensatelliten ist dagegen die elliptische Umlaufbahn beim Transferorbit unbedingt zu beachten. Für Schüler, die im Additum Mathematik der 11.Jgst. - nach den Entwürfen des neuen Lehrplans künftig in der 10.Jgst. - die Kegelschnitte behandelt haben, bietet dies eine Querverbindung zum Mathematikunterricht.
- Außerdem ergeben sich im Fall der Nachrichtensatelliten "handlichere" und damit für Schüler leichter vorstellbare Größen für Umlaufdauern und Bahnradien bzw. -halbachsen.
- Auch die Tatsache, daß beim Übergang von der Transfer- in die geostationäre Bahn der Massenverlust beim Abbrennen des Triebwerks beachtet werden muß, stellt gerade für angehende Leistungskursschüler deutlich heraus, daß physikalische Fragestellungen genau analysiert werden müssen, selbst dann, wenn die Massenkonstanz wie in dem unten angeführten Beispiel doch ziemlich augenfällig zu sein scheint.

- Besonders bedeutsam erscheint mir auch zu sein, daß an diesem Beispiel die Grenzen der physikalischen Modellbildung deutlich werden. Geostationäre Satelliten sind eben keineswegs von selbst geostationär, wie es die üblichen Aufgaben in den Lehrbüchern leicht glauben machen. Dies sollen die abschließenden Betrachtungen der Unterrichtseinheit aufzeigen. Es muß dem Schüler klar werden, daß die Vereinfachung durch Modellannahmen (Erde und Satellit als Massenpunkte, ideale Kugelform der Erde) die Wirklichkeit nur näherungsweise beschreiben kann, und daher in der Realität immer Abweichungen von den berechneten Ergebnissen auftreten. Dies sollte den Schüler zu einer kritischen Betrachtung naturwissenschaftlicher Methoden veranlassen. Die Natur läßt sich nicht mit hundertprozentiger Exaktheit berechnen!

Abschließend bleibt noch der Hinweis, daß die hier beschriebene Unterrichtseinheit eine Art Maximalprogramm darstellt, das in dieser Ausführlichkeit sicher nicht in jeder 11.Klasse durchführbar ist. Die Bestimmung der Triebwerksbrenndauer etwa mit Hilfe des Computerprogramms kann nur dann sinnvoll besprochen werden, wenn den Schülern derartige Verfahren bereits von einfachen Bewegungen (lineare Bewegung, Wurf, Schwingung) bekannt sind. Ansonsten sollte man es mit einem Hinweis darauf belassen. Die Behandlung von Problemen aus der Praxis darf schließlich nicht dazu führen, daß der Schüler von deren Komplexität regelrecht erdrückt und somit eher frustriert denn motiviert wird, sich mit physikalischen Fragestellungen auseinanderzusetzen.

2. Die Unterrichtseinheit

Satelliten spielen bei der heutigen weltumspannenden Kommunikation eine entscheidende Rolle. Über sie werden Fernmeldeverbindungen hergestellt, Rundfunk- und Fernsehprogramme übertragen, Daten ausgetauscht(Abb. 1). Sie dienen wissenschaftlichen Erkundungen wie etwa der Erdbeobachtung oder der Meteorologie.

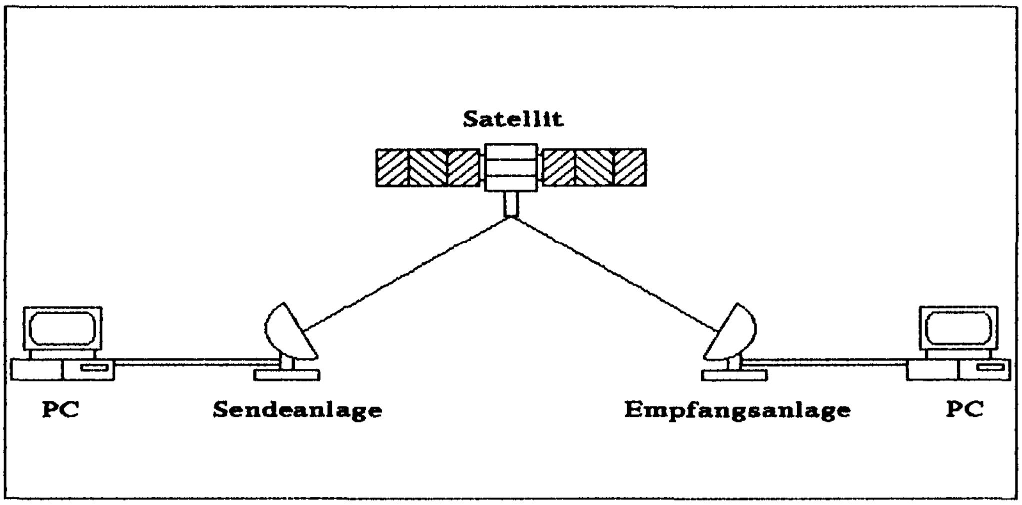


Abb. 1: Prinzip der Datenübertragung via Satellit

Bereits im Jahre 1986 waren über 200 zivile Satelliten registriert, davon 80% Kommunikationssatelliten und hiervon wiederum 90% Fernmeldesatelliten.
Abb. 2 zeigt die Positionen von Kommunikationssatelliten, die in West und Mitteleuropa für Fernmeldeverbindungen oder Rundfunk-/Fernsehübertragungen sorgen.

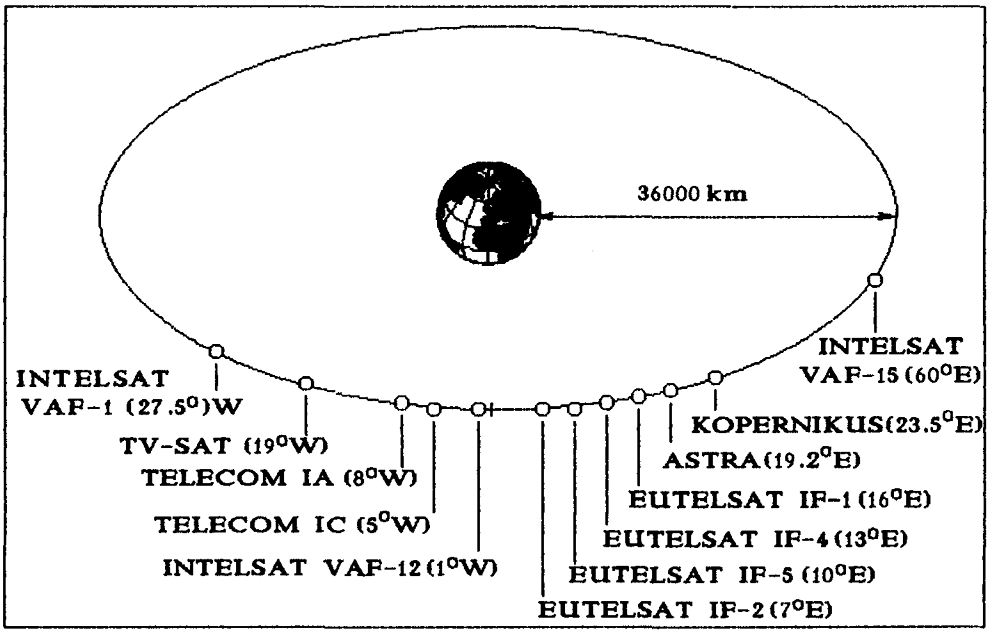


Abb. 2: Kommunikationssatelliten über West- und Mitteleuropa

Außerhalb der eingetragenen Positionen stehen alle 2 bis 3 Grad weitere Satelliten. Einer Entfernung von 1 Grad entspricht auf der eingetragenen Bahn ein Bogen von etwa 750km.

Der Hauptgrund für die drangvolle Enge am Himmel ist darin zu suchen, daß nur bestimmte Positionen für solche Satelliten möglich sind. Um ein ständiges Nachführen der Sende- und Empfangsantennen auf der Erde zu vermeiden, muß der Satellit im Weltraum scheinbar stillstehen, sozusagen die Spitze eines riesigen Fernmeldeturms bilden. Man spricht daher von ***geostationären Satelliten.***
Dazu muß die Umlaufdauer T_S des Satelliten $T_S = 24h$ betragen.
Die Entfernung des Satelliten vom Erdmittelpunkt errechnet sich aus der Gleichheit von Zentripetal- und Gravitationskraft zu

$$F_Z = F_{Grav.}$$

$$m_S\, \omega^2\, r_g = G^* \frac{m_S M_E}{r_g^2}$$

m_S	Satellitenmasse
M_E	Erdmasse
r_g	geostationärer Radius
R_E	Erdradius (6400 km)

Mit $\omega = \frac{2\pi}{T_S}$ und $m_S g = G^* \frac{m_S M_E}{R_E^2}$ wird daraus

$$\frac{4\pi^2}{T_S^2} r_g = \frac{g R_E^2}{r_g^2}$$

$$r_g = \sqrt[3]{\frac{g R_E^2 T_S^2}{4\pi^2}} = 42400\text{km}$$

Die Höhe h über der Erdoberfläche ergibt sich dann zu

$$h = r_g - R_E = 36000\text{km}$$

Der Lehrer sollte in diesem Zusammenhang darauf hinweisen, daß geostationäre Satelliten nach dem 1.KEPLERschen Gesetz nur über dem Äquator positioniert werden können.

Am Beispiel von ***TV-SAT*** wollen wir genauer untersuchen, wie ein solcher Satellit in seine Umlaufbahn gebracht wird.

Einige technische Daten dieses Satelliten sind

Technische Daten von TV-SAT

Startmasse	2075kg
- TV-SAT alleine	800kg
- Nutzlast	225kg
- Treibstoff	1050kg
Abmessungen (entfaltete Antennen und Solarzellenanlagen)	$19\text{m} \cdot 2{,}4\text{m} \cdot 6{,}5\text{m}$
elektrische Leistung	3200W
Orbitposition	19° West
Lebensdauer	9 Jahre

nach [7], S.3

Vor dem Übergang in die geostationäre Bahn wird der Satellit von der Trägerrakete (ARIANE) in eine stark elliptische Umlaufbahn, das ***Transferorbit***, gebracht, deren erdfernster Punkt, das ***Apogäum***, bereits den gewünschten Wert von $r_A = r_g = 42400\text{km}$ hat (Abb. 3). In der Höhe von etwa 200km über der Erdoberfläche liegt der erdnächste Punkt, das ***Perigäum***, also ist $r_P = 6600\text{km}$. Dort löst sich der Satellit mit der Geschwindigkeit $v_P = 10300\frac{\text{m}}{\text{s}}$ von der Trägerrakete.

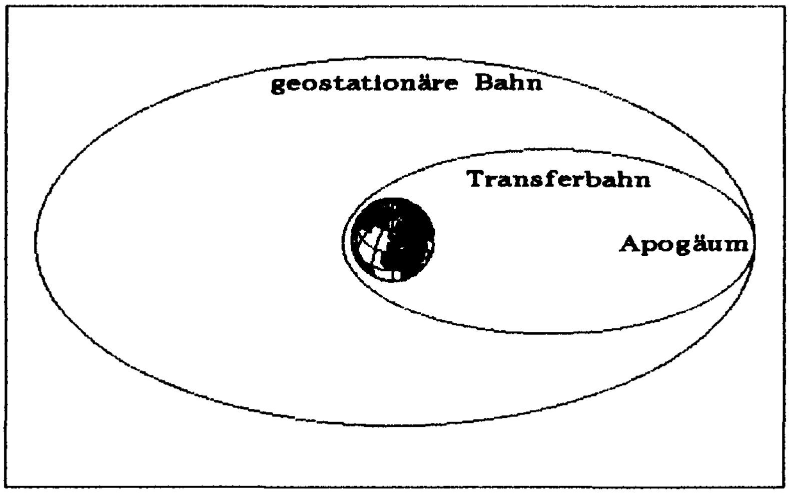
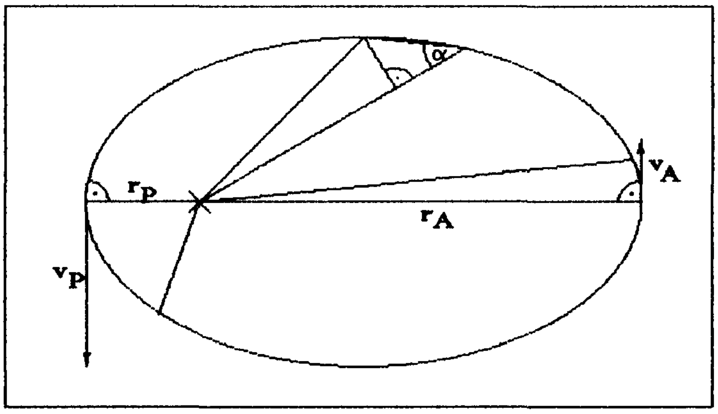


Abb. 3: Positionierung von TV-SAT (vereinfacht)

Die Geschwindigkeit im Apogäum läßt sich aus dem 2.KEPLERschen Gesetz berechnen. Da der Drehimpulssatz den Schülern im allgemeinen zu diesem Zeitpunkt noch nicht bekannt sein dürfte, muß die entsprechende Beziehung hier geometrisch erarbeitet werden (Abb. 4).



[3],S.57

Abb. 4: Verdeutlichung des Flächensatzes

Bei genügend kleinen Zeiten Δt kann die betrachtete Fläche näherungsweise als Dreieck behandelt werden. Für die überstrichene Fläche ΔA gilt dann

$$\Delta A = \frac{1}{2}\, r(t)\, v(t) \sin\alpha(t)\, \Delta t$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2}\, r(t)\, v(t) \sin\alpha(t) = \text{const.}$$

Im Apogäum und Perigäum ist jeweils $\alpha = 90^\circ$, somit

$$r_A v_A = r_P v_P,$$

was natürlich unmittelbar aus dem Drehimpulssatz folgt.
Daraus erhält man

$$v_A = \frac{r_P v_P}{r_A} = 1600 \frac{m}{s} = 5800 \frac{km}{h} .$$

Die Umlaufdauer T_S ergibt sich aus dem 3.KEPLERschen Gesetz

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{const.},$$

wobei a die große Halbachse der durchlaufenen Bahn ist:

$$a = \frac{1}{2}(r_A + r_P) = 24500\text{km}.$$

Als Vergleichskörper bietet sich der Mond mit $a_M = 384400$km und $T_M = 27{,}32$d an.
Dann ist

$$T_S = T_M \sqrt{\left(\frac{a}{a_M}\right)^3} = 10{,}5\text{h}.$$

Nach dreieinhalbfachem Umlauf wird der Satellit im Apogäum durch den sog. ***Apogäumsmotor*** auf die geostationäre Bahn beschleunigt. Dieser Motor hat bei *TV-SAT* eine Schubkraft von 400N bei einem Treibstoffausstoß von $135 \frac{g}{s}$. Die Treibstoffgeschwindigkeit errechnet sich daraus zu

$$v_T = \frac{F \Delta t}{\Delta m} = 3000 \frac{m}{s}.$$

Die Geschwindigkeit v_g auf der geostationären Bahn ist

$$v_g = \omega r_g = \frac{2\pi}{T_S} \cdot r_g = 3100 \frac{m}{s} = 11000 \frac{km}{h}.$$

Der Satellit muß also um $\Delta v = 1500 \frac{m}{s}$ in tangentialer Richtung beschleunigt werden.

Läßt man zu einer groben Abschätzung der Brenndauer die Massenabnahme durch den Treibstoffausstoß außer Betracht, ergibt sich als Näherung für die Brenndauer

$$\Delta t_B = \frac{m \Delta v}{F} = 7800\text{s} = 2\text{h}\,10\text{min}.$$

Die Treibstoffmasse beträgt dann

$$m_T = \frac{\Delta m}{\Delta t} \Delta t_B = 1050\text{kg},$$

was drastisch vor Augen führt, daß eine Vernachlässigung des Massenverlustes nicht zulässig sein kann.

Da der Schüler die Integralrechnung noch nicht beherrscht, kann mittels eines Computerprogramms die Brenndauer näherungsweise besser ermittelt werden:
Man geht davon aus, daß die Masse während der Zeit dt = 1s unverändert bleibt, berechnet dann die neue Geschwindigkeit und führt dies so lange fort, bis die Geschwindigkeit den gewünschten Wert v_g erreicht hat.

Der physikalische Kern dieses Programms lautet in GFA-BASIC für ATARI ST:

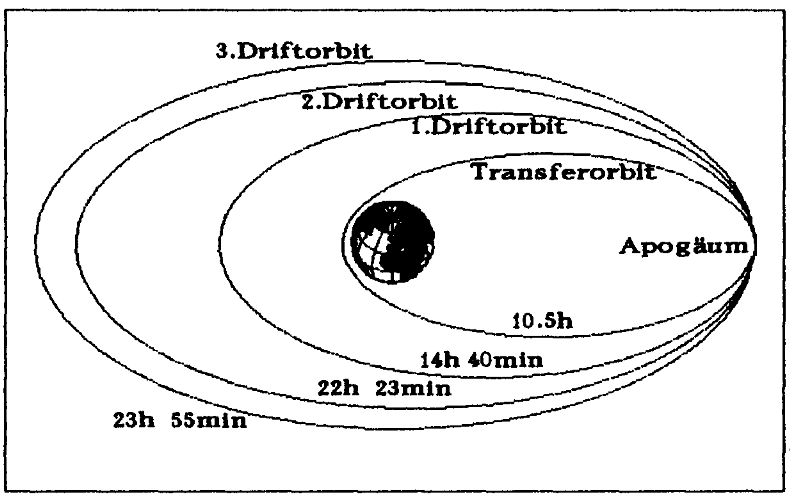
```
REPEAT
  A = F/M
  V = V + A*DT
  M = M - DM*DT
  T = T + DT
UNTIL V>=VG
```

Bezeichnungen:

A	mom. Beschleunigung
F	Schubkraft des Triebwerks
V	mom. Geschwindigkeit
VG	Geschw. geostationär
M	momentane Masse
T	Zeitzähler
DT	Zeitschritt
DM	Massenabnahme/Zeiteinheit

Damit ergibt sich eine Brenndauer von etwa 1h 45min, was auch der Realität entspricht.

In der Praxis wird der Übergang vom Transferorbit in die geostationäre Bahn allerdings nicht in einem, sondern in drei Schritten vollzogen (Abb. 5). Dadurch hat man auch die Möglichkeit, für den nächsten Übergang die genaue Beschleunigungsrichtung, den Zündzeitpunkt und die Brenndauer neu festzusetzen und somit optimal auf die zuvor erzielte Bahn abzustimmen.



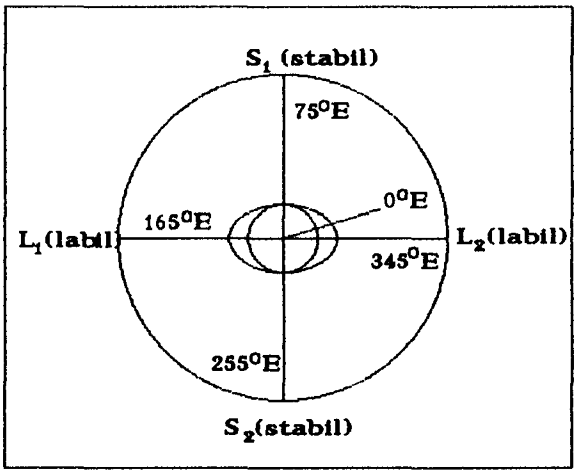
nach [6], S.4

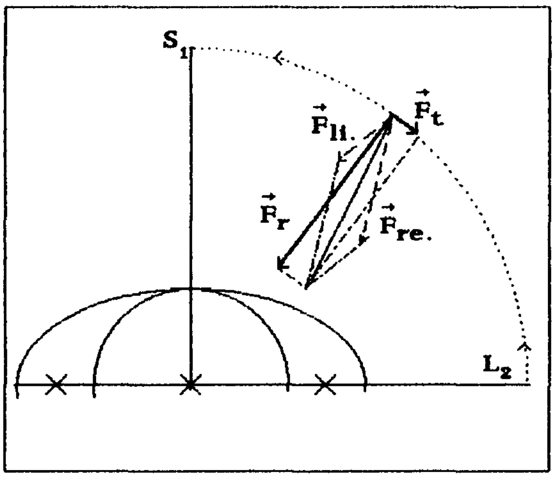
Abb. 5: Positionierung von TV-SAT auf seiner Umlaufbahn

Das letzte Driftorbit ist noch nicht ganz geostationär; die Umlaufdauer beträgt vielmehr 23h 55min. Damit wandert der Satellit pro Umlauf langsam nach Osten voran, bis er die ihm vorgeschriebene Position 19° West erreicht hat. Erst 24 Tage nach dem Start wird er durch eine kleine Geschwindigkeitskorrektur zum "Stillstand" gebracht.

Zusätzlich zum Apogäumsmotor befinden sich noch weitere vierzehn kleine Triebwerke von jeweils 10N Schubkraft an Bord. Um ein Taumeln zu verhindern, muß der Satellit stabilisiert werden, indem er z.B. in Eigenrotation versetzt wird. Während des Betriebs sind aber auch häufig kleinere Korrekturen nötig, um den Satelliten geostationär zu halten, da etliche Störungen den Satelliten aus seiner optimalen Bahn "werfen".
Zum einen ist das Gravitationsfeld der Erde keineswegs ideal zentralsymmetrisch, wie dies bei der Anwendung der KEPLERschen Gesetze vorausgesetzt wird. Damit ist die Schwerkraft nicht in jedem Punkt des Raumes zum Erdmittelpunkt hin gerichtet. Die wichtigste Symmetrieabweichung ist die Abplattung der Erde (Unterschied zwischen äquatorialem und polarem Erdradius etwa 21,5km); hinzu kommt noch eine geringe Asymmetrie zwischen nördlicher und südlicher Halbkugel ("Birnenform" der Erde; Unsymmetrie zwischen beiden Halbkugeln etwa 33m). Trotz dieser geringen Größen macht sich dies bei den Bahnen als Störung bemerkbar. Ferner ist die Erde nicht genau axialsymmetrisch; der Äquator hat vielmehr eine leichte Ellipsenform mit Abflachungen bei 75° und 255° östlicher Länge und Auswölbungen bei 165° und 345° östlicher Länge.

Stark übertrieben ergibt sich von oben (Nordpol) betrachtet folgendes Bild:





nach [2], S. 191

Abb. 6: Pendelbewegung von Satelliten

Abb. 7: Zustandekommen der Pendelbewegung

Es gibt also nur vier Punkte auf der Bahn, in denen der Satellit antriebslos geostationär bleiben könnte. Jede andere Positionierung würde zu einem Pendeln des Satelliten um eine der beiden stabilen Lagen führen, wenn dies nicht durch die Triebwerke verhindert würde. Befindet sich nämlich der Satellit etwa zwischen den Punkten L_2 und S_1 und bewegt sich nach Osten, also im Uhrzeigersinn, so bewirken die unterschiedlichen Anziehungskräfte zu den Aufwölbungen eine Komponente F_t der resultierenden Kraft in tangentialer Richtung zur Bahn des Satelliten: Seine Bewegung wird gebremst. Die Folge ist eine Abnahme der großen Bahnhalbachse und damit der Umlaufdauer: Der Satellit driftet für einen festen Beobachter auf der Erde ostwärts ab. Überschreitet er den Punkt S_1, so wirkt die Tangentialkomponente in Richtung der Bewegung: Die große Halbachse der Bahn nimmt zu, also auch die Umlaufzeit; der Satellit bleibt scheinbar zurück und driftet westwärts zurück. Auf diese Weise entsteht ein ständiges Pendeln um die stabile Lage S_1. Die Periodendauer dieser sog. *Libration* ist abhängig von der Ausgangsposition des Satelliten. Sie beträgt z.B. für eine Abweichung von 60° aus der stabilen Lage etwa drei Jahre.

Zu diesen Störungen kommen noch weitere durch Sonne und Mond hinzu.

3. Literatur

[1] "DFS Kopernikus, Der deutsche Star", Broschüre der Deutschen Bundespost, o.O., o.J.

[2] H. Kellner, "Einführung in die Grundlagen der Himmelsmechanik und deren Anwendung auf die Bahn von Fernmeldesatelliten", Unterrichtsblätter Fernmeldewesen der Deutschen Bundespost 06/1989, Hamburg, 1989 (175 - 196)

[3] R. Lermer, "Grundkurs Astronomie", Bayerischer Schulbuch-Verlag, München, 1.Auflage, 1989

[4] W. Schmidt, "Physikaufgaben - Beispiele aus der modernen Arbeitswelt", Klett-Verlag, Stuttgart, 1.Auflage, 1987

[5] "Stromthemen 10/1989", Zeitschrift der Informationszentrale der Elektrizitätswirtschaft, Frankfurt/M., 1989

[6] "TV-SAT - eine neue Ära für Hörfunk und Fernsehen", Broschüre der Deutschen Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Köln, 1987

[7] "TV-SAT - erster direktsendender deutscher Rundfunksatellit", Broschüre der Messerschmitt-Bölkow-Blohm GmbH, München, 1987