

ARBEITSKREIS BAYERISCHER PHYSIKDIDAKTIKER

BEITRAG AUS DER REIHE:

Werner B. Schneider (Hrsg.)

Wege in der Physikdidaktik

Band 2

Anregungen für Unterricht und Lehre

ISBN 3 - 7896 - 0100 - 4

Verlag Palm & Enke, Erlangen 1991

Anmerkung:

Die Bände 1 bis 5 sind (Ausnahme Band 5) im Buchhandel vergriffen.
Die einzelnen Beiträge stehen jedoch auf der Homepage

<http://www.solstice.de>

zum freien Herunterladen zur Verfügung.
Das Copyright liegt bei den Autoren und Herausgebern.
Zum privaten Gebrauch dürfen die Beiträge unter Angabe der Quelle
genutzt werden. Auf der Homepage
www.solstice.de
werden noch weitere Materialien zur Verfügung gestellt.

Karl Luchner

Ein Großflugzeug (JUMBO), physikalisch abgeschätzt *)

1. Einleitung

Mit der vorliegenden Studie soll gezeigt werden, daß man für Lehrer und Schüler physikalisch ergiebige Betrachtungen auch an Objekten anstellen kann, die dem Schulkanon scheinbar fern liegen. Das Objekt unserer Betrachtung ist ein Großflugzeug (der "Jumbo", Boeing 747), dem man mit Staunen gegenübersteht ("... und dieses Riesending, noch dazu voll beladen, kann wirklich fliegen!"), und über das man mehr wissen möchte. Eine Idealsituation für Lehrer und Schüler: Emotion und Bedürfnis nach mehr Information und Einsicht.

Unsere Absicht ist es, mit *physikalischen Abschätzungen* hier ein wenig greifbare Einsicht zu liefern. Es handelt sich um Abschätzungen, die aber - vom Anfänger oft verkannt - sehr wohl physikalisch relevant und überzeugend sein können; Präzisionsuntersuchungen (z.B. Ingenieurarbeit) dagegen wären entweder viel zu umfangreich, oder zu wenig durchsichtig und würden dabei für den Nichtfachmann kaum weitere Einsicht liefern. In diesem Sinn reicht es also, bei Zahlenrechnungen ungefähre, mittlere, oder auch ohnehin plausible Werte zu verwenden. Ferner sei noch der Hinweis gestattet, daß die Rechenbeispiele bzw. Abschätzungen hier zwar zur Verdeutlichung der physikalischen Aussage nützlich sind, daß sie aber nicht beabsichtigt sind als eine "neue Sammlung von Rechnereien, diesmal orientiert am Verkehrsflugzeug".

Stellen wir zunächst einige der für das Verkehrsflugzeug vorgegebene leicht erkennbare Forderungen zusammen: Das Gleichgewicht zwischen Auftriebskraft und Gewichtskraft soll (wenigstens näherungsweise) vorliegen bei möglichst kleiner Geschwindigkeit (Start, Landung), aber auch bei möglichst großer Reisegeschwindigkeit; es soll erreichbar sein bei großer und bei kleiner Luftdichte (verschiedene Flughöhe) und auch bei sich ändernder Last (Treibstoffverbrauch).

Vielleicht verspürt mancher Physiklehrer schon hier eine gewisse Abneigung gegen eine derart "wenig scharf" definierte Situation, ist er doch auf eine "scharf" definierte Problematik

*) Erweiterte Fassung einer Abhandlung für "Naturwissenschaften im Unterricht, Physik", 4/90.

konditioniert (z.B.: "Wie groß ist die Masse eines Teilchens, das bei gegebener Ladung und Geschwindigkeit von einem gegebenen Feld um einen bestimmten Winkel abgelenkt wird?"). In der Behandlung einer solchen "scharf" definierten Problematik ist das Ergebnis (die Schlußformel) für den Lernenden meist so sehr prädominant, daß darüber vielleicht der Kontakt zum physikalischen Gehalt der Schlußformel verloren geht. Diese Gefahr ist bei der "wenig scharf" definierten Situation wohl geringer, denn hier ist einiges an "physikalischem Durchblick" nötig, um überhaupt zu einer überschaubaren und wenigstens einigermaßen definierten Problemstellung zu kommen; gerade darin liegt auch die Attraktivität des Vorhabens: Es ist gewissermaßen ein Kontrastprogramm zu einer orthodox akademisierten Schulphysik.

2. Technische Daten

Einige technische Daten, wie sie jeder Flugpassagier in Form von "Bordlektüre" vorfindet, sind hier für den sog. "JUMBO", B 747, aufgelistet (in Klammern: Zum Vergleich der sog. "kleine Airbus" A 320):

Länge	70,5 m	(37,6 m)
Spannweite	59,6 m	(43,9 m)
Reisegeschwindigkeit	910 km/h	(830 km/h)
Reisehöhe	ca. 10 000 m	(10 000 m)
Reichweite	ca. 10 000 km	(ca. 3 000 km)
Anzahl beförderter Personen	355	(134)

Einige weitere Daten, die in die späteren Betrachtungen eingehen werden (B 747):

Gesamtmasse	ca. 320 000 kg
Maximale Treibstoffmasse	ca. 120 000 kg
Maximale Schubkraft jedes Triebwerkes	ca. $2,2 \cdot 10^5$ N
Fläche beider Tragflächen im Reiseflug	ca. 430 m ²

Das Polardiagramm zeigt Abb.1. Hier ist zu beachten, daß verschiedene Kurven gelten, sobald sich v/c dem Wert 1 merklich nähert. (c Schallgeschwindigkeit, welche aber von der Luftdichte und damit von der Flughöhe abhängt).

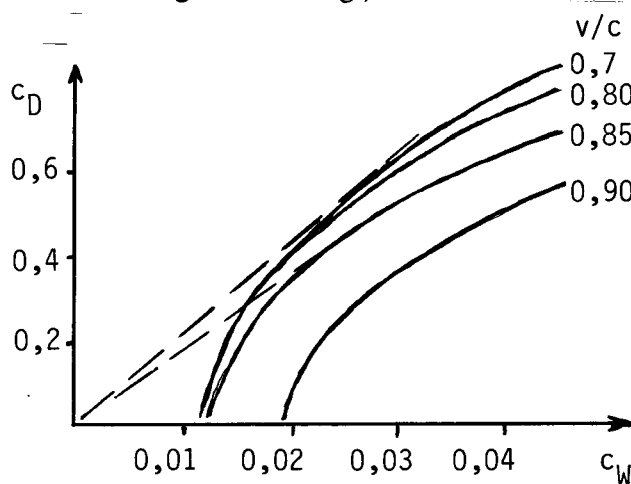


Abb. 1: Polardiagramm für ein Großraum-Düsenflugzeug (z.B. Jumbo) für verschiedene Werte von v/c .

v = Fluggeschwindigkeit; c = Schallgeschwindigkeit.

c_D und c_W sind hier so definiert, daß in beiden Fällen das gleiche A (Flügelfläche) einzusetzen ist.

Nach A. Miele: Flight Mechanics, Addison Wesley 1962

3. Die Startphase

Diese Situation ist zweifellos emotionsgeladen und eignet sich deshalb gut, um Interesse zu wecken: Das zunächst stehende Flugzeug wird beschleunigt, legt dabei mehr und mehr Strecke zurück und nähert sich mehr und mehr dem Ende der Startbahn. Der Pilot muß nun rasch entscheiden: Weiterhin volle Pulle? Oder lieber wieder bremsen, weil die Startbahn vielleicht nicht ausreicht?

Um die Trivialfrage nach der unbedingt nötigen Länge der Startbahn s_m beantworten zu können, muß neben der Beschleunigung a auch die Geschwindigkeit v_f gegeben sein, bei der das Flugzeug zu fliegen beginnt. Bezeichnen wir mit t_f die für diesen Beschleunigungsvorgang nötige Zeit, so erhält man aus

$$s_m = 1/2 a t_f^2 \quad (1)$$

und $v_f = a t_f \quad (2)$

das Ergebnis $s_m = v_f^2 / 2a \quad (3)$

Um hier Zahlenwerte einsetzen zu können, müssen wir ein weiter unten belegtes Ergebnis vorwegnehmen: $v_f \approx 300 \text{ km/h}$. Die maximale Schubkraft der vier Triebwerke wird mit etwa $8 \cdot 10^5 \text{ N}$ angenommen (man sieht im Vergleich mit den oben gegebenen technischen Daten, daß damit etwa 10% als stille Reserve nicht beansprucht werden). Diese Schubkraft steht aber nicht voll zur Beschleunigung zur Verfügung, denn auch der Luftwiderstand F_w und der Rollwiderstand F_R müssen überwunden werden. Welche Anhaltspunkte gibt es, um F_w und F_R abzuschätzen? Ganz am Anfang der Startphase wird F_R überwiegen (praktisch noch kein F_w), und die richtige Größenordnung hierfür ist 10% vom Gesamtgewicht, also $F_R \approx 3 \cdot 10^5 \text{ N}$. Gegen Ende der Startphase (der Druck auf die Räder wird schon geringer, die Reibung nimmt ab) spielt nur noch der jetzt größer gewordene Luftwiderstand ($F_w \sim v^2$) eine Rolle. Aus dem Polardiagramm für den Langsamflug (also etwa auch für das Ende der Startphase) entnimmt man $F_w \approx 1/20 F_D$, wobei F_D der dynamische Auftrieb, also etwa das Gesamtgewicht des Flugzeuges ist. $F_w \approx 1,6 \cdot 10^5 \text{ N}$.

Man sieht also, daß während der Startphase $F_R + F_w$ im Bereich $2 \cdot 10^5 \text{ N}$ bis $3 \cdot 10^5 \text{ N}$ liegt. Somit bleibt zur Beschleunigung (bei Genehmigung einer Fehlerbreite von $\pm 10\%$) etwa $F = 5,5 \cdot 10^5 \text{ N}$ zur Verfügung. Hieraus ergibt sich

$$a = 5,5 \cdot 10^5 \text{ N} / 3,2 \cdot 10^5 \text{ kg} = 1,7 \text{ m/s}^2$$

(Natürlich bietet sich hier ein Vergleich mit der Beschleunigung eines Autos "von 0 auf 100 km/h")

76

Diese erste Abschätzung wollen wir nun nachprüfen. Mit $a = 1,7 \text{ m/s}^2$ und $v_f = 300 \text{ km/h} = 83 \text{ m/s}$ findet man aus (2) $t_f = 49 \text{ s}$ und aus (1) $s_m = 2000 \text{ m}$. Besonders das Ergebnis t_f ist leicht zu bestätigen, entweder vom außenstehenden Zuschauer, oder auch vom Flugpassagier: Die vom Verfasser beobachteten Werte streuen zwischen 45s und 55s.

Es wäre natürlich einigermaßen kühn, als volle Startbahnlänge nur die Strecke $s_m = 2000 \text{ m}$ zur Verfügung zu stellen; eine längere Startbahn bedeutet erhöhte Sicherheit. Nehmen wir an, es steht, wie an vielen Flugplätzen, eine Startbahn von $s = 3000 \text{ m}$ Länge zur Verfügung. Offensichtlich ist, daß nun eine geringere Beschleunigung ($a = v_f^2 / 2s = 1,1 \text{ m/s}^2$) und eine geringere Schubkraft hinreicht:

$$m \cdot a + F_R + F_w \approx 3,2 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot 1,1 \text{ m/s}^2 + 2,5 \cdot 10^5 \text{ N} \approx 6 \cdot 10^5 \text{ N}.$$

Sehr beruhigend, dieses Ergebnis zu sehen! Es bedeutet, daß der vierstrahlige Jumbo auf der 3 km langen Startbahn auch dann gerade noch abheben kann, wenn nur 3/4 des Gesamtschubes vorliegt, also von den vier Triebwerken nur drei voll funktionieren (was der Autor allerdings noch nie praktisch nachprüfen konnte und ja auch nicht unbedingt nötig ist).

4. Entscheidung zum Startabbruch

Eine weniger triviale Abschätzung ist erforderlich, wenn man fragt, wie die 3 km lange Startbahn zu einem Startabbruch mit Notbremsung ausgenützt werden kann. Als Vorgabe kann man zunächst annehmen, daß die beschleunigende und die abbremsende Kraft gleich groß sind. In diesem Fall stellen sich der Beschleunigungsvorgang und der Abbremsvorgang im Weg-Zeit-Diagramm durch zwei symmetrische Parabelstücke dar, und diese haben bei $s = 0$ bzw. bei $s = 3000 \text{ m}$ eine horizontale Tangente, wenn sie bei $s = 1500 \text{ m}$ aneinander angepaßt werden. Also müßte spätestens bei Erreichen der Startbahnmitte der Bremsprozeß eingeleitet werden. Diese Stelle wird bei voller Beschleunigung erreicht zum Zeitpunkt

$$t = \sqrt{2s / a} = 42 \text{ s}$$

$$\text{wobei } v = a \cdot t = 255 \text{ km/h} \quad (4)$$

Ein wenig komplizierter wird die Beantwortung der Frage nach dem Zeitpunkt zum Einleiten der Notbremsung, wenn in der Beschleunigungsphase ein *verringertes* Beschleunigungswert vorliegt (also z.B. das oben als gerade noch als ausreichend erkannte $a^* = 0,7 a$), in der Bremsphase dagegen das unverminderte $-a$:

Beschleunigungsphase:

Wegstrecke s_1 , Dauer t_1 , Endgeschwindigkeit v_1

$$s_1 = 1/2 a^* t_1^2; \quad v_1 = a^* t_1$$

Bremsphase:

Wegstrecke s_2 , Dauer t_2 , Endgeschwindigkeit $v_2 = 0$

$$s_2 = v_1 t_2 - 1/2 a t_2^2; \quad v_2 = 0 = v_1 - a t_2; \quad t_2 = v_1 / a$$

Hieraus ergibt sich:

$$s_2 = v_1^2 / 2a; \quad s_1 = v_1^2 / 2a^*$$

Die gesamte durchfahrene Wegstrecke wird

$$S = s_1 + s_2 = 1/2 \cdot v_1^2 (1/a + 1/a^*)$$

Geschwindigkeit v_1 und Zeitpunkt t_1 zum Einleiten der Notbremsung sind also

$$v_1 = \sqrt{2 S a a^* / (a + a^*)}; \quad t_1 = v_1 / a^*$$

Mit $S = 3000$ m und $a^* = 0,7 a$ bei $a = 1,7$ m/s² erhält man

$$v_1 = 230 \text{ km/h}$$

$$t_1 = 55 \text{ s} \quad (5)$$

Vergleichen wir die Wertepaare (4) und (5): Sie zeigen - für die Startbahnlänge 3000 m - den Spielraum zwischen den Wertepaaren (t, v) , die der Pilot beachten muß. Das Wertepaar (4) führt zum raschestmöglichen Abheben, das Wertepaar (5) markiert die Grenze zum gerade noch erfolgreichen Startabbruch.

5. Der dynamische Auftrieb

Betrachten wir zunächst den *Reiseflug* (ca. 10 000 m Höhe, $v = 910$ km/h, $\rho = 0,41$ kg/m³, $v/c = 0,85$) und berechnen den dynamischen Auftrieb nach

$$F_D = 1/2 c_D \rho A v^2 \quad (6)$$

(Zum Zusammenhang dieser Formel mit der vom Flügel nach unten beschleunigten Luftmasse siehe die Abschätzung für F_y im 7. Kapitel).

Wenn man für A die gegebene Flügelfläche einsetzt, erreicht man nicht das nötige $F_D \approx 3 \cdot 10^6$ N. Der Grund hierfür ist plausibel: Auch das Höhenleitwerk liefert einen Auftrieb, und auch der leicht nach oben gestellte Flugzeugrumpf (Anstellwinkel!) trägt zum Auftrieb bei. Es ist also plausibel, einen erhöhten Wert für A zu verwenden: Ein um etwa 15% vergrößerter Wert ($A \approx 500$ m²) erweist sich als richtig.

Man benötigt aber zur Berechnung nach (6) auch den Wert von c_D . Hierzu hilft das Polardiagramm (Fig. 1): Beim optimalen Anstellwinkel ist c_D und c_w durch die Tangente (gestrichelte Gerade)

zu finden. Wir suchen die Tangente an die für $v/c = 0,85$ geltende Kurve und finden $c_D \approx 0,45$. Nach (6) folgt:

$$F_D = 1/2 \cdot 0,45 \cdot 0,41 \text{ kg/m}^3 \cdot 500 \text{ m}^2 \cdot (910/3,6)^2 \text{ (m/s)}^2 \approx 3 \cdot 10^6 \text{ N.}$$

Der dynamische Auftrieb im Reiseflug ist also genügend groß, um das nach einigem Treibstoffverbrauch vorliegende Gesamtgewicht des Flugzeuges zu kompensieren.

Wie groß ist F_D während der *Startphase*, also etwa bei $v = 300 \text{ km/h}$ gegen Ende der Rollbahn? Der Faktor v^2 in (6) ist erheblich kleiner als im Reiseflug, aber ρ und c_D sind größer. Wir entnehmen $c_D = 0,60$ für $v/c \approx 0,3$ aus dem Polardiagramm (die Kurven für $v/c < 0,7$ liegen sehr nahe beisammen und sind deshalb nicht dargestellt) und erhalten mit $\rho = 1,22 \text{ kg/m}^3$

$$F_D = 1/2 \cdot 0,60 \cdot 1,22 \text{ kg/m}^3 \cdot 500 \text{ m}^2 \cdot (300/3,6)^2 \text{ (m/s)}^2 = 1,3 \cdot 10^6 \text{ N.}$$

Dieser Auftrieb ist zwar noch in der richtigen Größenordnung, aber doch um mehr als einen Faktor 2 zu klein. Es gibt zwei Faktoren, die diese Diskrepanz in der Tendenz deutlich verkleinern, aber zu einer quantitativen Behandlung liegen dem Autor keine Daten vor. Der erste dieser Faktoren kommt sicher von der beim Start (und Landung) erheblich vergrößerten Flügelfläche (Ausfahren von zusätzlichen Flügелеlementen an der vorderen und hinteren Kante des Flügels); diese Vergrößerung beträgt etwa 30%. Der zweite Faktor kommt vom auffällig großen Anstellwinkel kurz vor und nach dem Abheben, wodurch der c_D -Wert deutlich größer als der zur Rechnung verwendete Wert 0,6 wird: Der Wert 0,6 kommt aus der beschriebenen Tangente, die zum *optimalen* Anstellwinkel führt (d.h. größtmögliches Verhältnis c_D/c_w). Wenn man aber ein erhöhtes c_w in Kauf nimmt (und dies ist tatsächlich möglich, weil ja ein Überschuß in der Schubkraft der Triebwerke vorliegt), so kann auch c_D noch erhöht werden, wenn der Anstellwinkel größer gewählt wird. Ein Blick in das Polardiagramm zeigt, daß hierdurch eine Vergrößerung um 30% bis 40% möglich ist. Mit den beiden Faktoren 1,3 und 1,4 erreichen wir bereits $2,4 \cdot 10^6 \text{ N}$. Eine weitere Verbesserungstendenz ergibt sich durch die Vertikalkomponente des Triebwerksvorschubs. So erreichen wir das Ergebnis $F_D \approx 2,6 \cdot 10^6 \text{ N}$, was im Sinne einer Abschätzung genügend nahe am wirklichen Gewicht $G = 3,2 \cdot 10^6 \text{ N}$ liegt. Schon eine Erhöhung von v um ca. 10% reicht hin, um $F_D = G$ werden zu lassen. (Damit ist das im 3. Kapitel angenommene v_f hinreichend gut belegt.)

Abschließend noch eine kurze Betrachtung zur *Stabilität* der Bedingung $F_D = G$, z.B. während des Reiseflugs. Fordert man, daß möglichst alle hier eingehenden Parameter konstant bleiben, so muß doch eingeräumt werden, daß zumindest das Gesamtgewicht des Flugzeuges ständig geringer wird (Treibstoffverbrauch). Ohne zunächst an eine Rechnung zu denken kann man erwarten, daß

damit auch der erforderliche Triebwerksschub geringer wird: Die erforderliche Impulsänderungsrate der Luft (Vertikalkomponente nach unten) wird geringer, und diese rührt ja - über die Strömungsformung durch die Tragflächen - vom Triebwerksvorschub her. Zu diesem Ergebnis kommt man auch in Detailschritten: Wird G kleiner als F_D , so steigt das Flugzeug. Bei unveränderter Geschwindigkeit nimmt dabei F_D ab, da ja ρ abnimmt; damit vermindert sich aber auch der Strömungswiderstand und damit der erforderliche Triebwerksschub. Wenn dagegen die Flughöhe konstant gehalten werden soll: Der erforderliche Anstellwinkel wird kleiner und damit auch der Strömungswiderstand.

6. Treibstoffverbrauch und Wirkungsgrad

Der Treibstoffverbrauch, ca. 100 000 kg für eine Reisedstrecke von ca. 10 000 km (ein geringer, normalerweise nicht verbrauchter Rest wirkt als Sicherheitsreserve), erscheint auf den ersten Blick extrem hoch zu sein. Zu einer neutralen Meinungsbildung hierüber relativiert man den Verbrauch zu der Anzahl transportierter Passagiere und der Anzahl der erzielten Reisekilometer. Nimmt man die Passagierzahl zu 300 und die zurückgelegte Reisedstrecke zu 10 000 km an, so ergibt sich für den Jumbo der spezifische Verbrauch

$$0,03 \text{ kg / (Person km) .}$$

Diese Größe kann man, zum Vergleich, auch für das Auto als Reisemittel berechnen: Ein Mittelklassewagen ist mit 2 Personen (und vergleichbar viel Reisegepäck) praktisch vollbesetzt und verbraucht ca. 8 kg für 100 km. Hieraus ergibt sich für das Auto der spezifische Verbrauch

$$0,04 \text{ kg / (Person km) .}$$

Offenbar sind Großflugzeug und Auto vergleichbar im spezifischen Verbrauch. Eine genauere Betrachtung würde erfordern, den Energiegehalt von Flugbenzin bzw. Autobenzin miteinzubeziehen. (Unabhängig von diesem Vergleich bleibt, daß - absolut gesehen - bei jedem Flug große Treibstoffmengen verbraucht werden. Eine sinnvolle Begründung der häufigen Fernreisen sehr vieler Menschen steht aber hier nicht zur Debatte).

Ausgehend vom Treibstoffverbrauch läßt sich auch der *Wirkungsgrad* η_{ges} der Triebwerke abschätzen: Der Energiegehalt (Heizwert) des Treibstoffes beträgt etwa $q = 4,5 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$. Die daraus von der gesamten Treibstoffmenge $m = 100\,000 \text{ kg}$ erbrachte, mechanische Arbeit besteht überwiegend in der Überwindung des Luftwiderstandes $F_w = 1/2 \rho c_w A v^2$ längs des Reiseweges $s = 10^7 \text{ m}$. Aus dem Polardiagramm entnimmt man $c_w \approx 0,025$ (man beachte, daß c_w hier so definiert ist, daß für A wieder die Flügelfläche 500 m^2 , nicht aber die angeströmte Querschnittsfläche

einzusetzen ist). So ergibt sich

$$\eta_{ges} \cdot m \cdot q = F_w \cdot s$$

$$\eta_{ges} = 1/2 (0,41 \cdot 0,025 \cdot 500 \cdot (910/3,6)^2 \cdot 10^7) \text{ Nm} / (10\,000 \cdot 4,5 \cdot 10^7) \text{ Nm} = 0,36$$

Die kinetische Energie (ca. 10^{10} Nm) und die potentielle Energie (ca. $3 \cdot 10^{10}$ Nm) spielen in dieser Betrachtung gegenüber der Widerstandsarbeit (ca. $1,6 \cdot 10^{12}$ Nm) praktisch keine Rolle.

Dieser Wirkungsgrad setzt sich im Prinzip aus zwei Faktoren zusammen: Der thermodynamische Wirkungsgrad η_{th} , mit dem die Verbrennungswärme in mechanische Energie verwandelt wird, und der als Vorschubarbeit zu findende Anteil η_v der mechanischen Energie. Die von der Verbrennung angetriebene Turbine saugt Luft an, und beschleunigt diese (zusammen mit den Verbrennungsgasen) nach hinten; der dadurch entstehende Rückstoß ist der Triebwerksvorschub. (Ein einfacher Analogieversuch macht den Vorgang klarer: Eine gespannte Feder wirkt mit ihrem vorderen und hinteren Ende auf je einen Körper und beschleunigt beide während des Entspannungsvorganges. Die Gesamtenergie der Feder verteilt sich auf beide Körper, abhängig von deren Massen). Man sieht, daß die nach hinten beschleunigte Luft und Abgase eine kinetische Energie mitnehmen, daß also nur ein Teil der mechanischen Arbeit des Triebwerks als Vorschubarbeit zur Verfügung steht. Dieser Teil η_v soll nun abgeschätzt werden.

Die vordere Öffnung eines Jumbo-Triebwerkes hat etwa den Durchmesser $d \approx 2$ m. Nimmt man nun an, daß sich das Flugzeug mit $v_o = 250$ m/s in die ruhende Luft hineinbewegt, so ergibt sich die pro Sekunde in die vier Triebwerke eintretende Luftmasse μ zu

$$\mu = 4 \rho d^2 (\pi/4) v_o = 1300 \text{ kg/s}$$

Damit der Vorschub $F_w = 1,6 \cdot 10^5$ N erreicht wird, (s.o.) muß die anfänglich ruhende Luft (- der Anteil der Verbrennungsgase dabei ist vernachlässigbar -) beschleunigt werden auf

$$v_G = F_w / \mu = 124 \text{ m/s}$$

(Geschwindigkeit bezogen auf die vorher ruhende Luft). Die Vorschubleistung $P_v = F_w \cdot v_o = \mu v_G v_o$ und die von der abströmenden Luft mitgenommene Leistung $P_{ab} = 1/2 \mu v_G^2$ stehen offenbar im Verhältnis

$$P_{ab} / P_v = v_G / 2v_o \approx 0,25$$

d.h.
$$\eta_v = P_v / (P_v + P_{ab}) = 1 / (1 + P_{ab}/P_v) = 0,8.$$

87

Eine unmittelbare Abschätzung des thermodynamischen Wirkungsgrades η_{th} können wir nicht vornehmen, da uns die thermodynamischen Arbeitsdaten der Turbine fehlen. Immerhin kann man mit $\eta_{ges} = \eta_{th} \cdot \eta_v$ sehen, daß $\eta_{th} = 0,36 / 0,8 \approx 0,5$. Dieser Wirkungsgrad entspricht dem einer Carnot-Maschine, bei der $T_1 = 2 T_2$.

7. Schlußbetrachtung

Ein stark vereinfachtes Modell für das Entstehen der Auftriebskraft F_D und der Widerstandskraft F_W ersetzt den profilgeformten Tragflügel durch ein ebenes, schräg in den Luftstrom gestelltes, dünnes Brett (Abb. 2). *Vorweg sei klargestellt*, daß die Strömung um das schräggestellte Brett nur bei sehr kleinem Anstellwinkel praktisch ohne störende Wirbel verläuft; obwohl sich die folgende Darlegung allein auf diesen *idealisierenden Grenzfall* bezieht, liefert diese doch einige Einsicht in den Entstehungsmechanismus der genannten Kräfte und dies auch - im Gedankenexperiment mit "abgeschalteten" Wirbeln - bei größeren Anstellwinkeln.

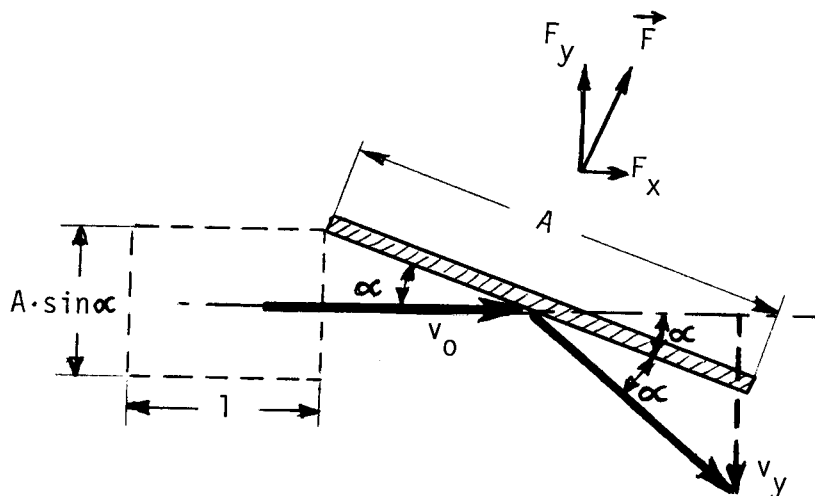


Abb. 2:
Zur Impulsbilanz an
einem angeströmten
Brett

Das schräggestellte Brett verändert den Impuls der anströmenden Luftteilchen; dadurch erfährt es einen Rückstoß F , und dessen Komponenten F_y und F_x sollen verglichen werden mit den bekannten Formeln für F_D und F_W . Wenn ein Masseteilchen m mit v_0 auftrifft und durch das Brett ein Δv_y erfährt, so erhält das Brett den vertikalen Kraftstoß

$$F_y \cdot \Delta t = - m \cdot \Delta v_y$$

Nimmt man weiterhin vereinfachend an, daß durch den Stoß der Betrag von v_0 nicht verändert wird, (elastischer Stoß mit dem Brett ohne Änderung der Oberflächenkomponente der Geschwindigkeit) so ist

$$\Delta v_y = - v_0 \cdot \sin 2\alpha$$

Ferner kann man die einströmende Masse auch durch ein Luftvolumen (gestrichelt) darstellen

$$m / \Delta t = \rho A \sin \alpha \cdot v_0 / \Delta t = \rho v_0 A \sin \alpha$$

Somit ergibt sich die nach oben wirkende Kraftkomponente zu

$$F_y = \rho A \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha \cdot v_0^2$$

Man erkennt in diesem Ergebnis bereits F_D in der Form von Gl. (6), wobei $c_D = 2 \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha$. In analoger Weise errechnet sich die horizontale Kraftkomponente zu

$$F_x = \rho A \sin \alpha \cdot (1 - \cos 2\alpha) v_0^2$$

mit $c_w = 2 \sin \alpha \cdot (1 - \cos 2\alpha)$ im bekannten Ausdruck für F_w .

Es überrascht nicht nur die Übereinstimmung der Form von F_y und F_x mit den bekannten Formeln für F_D und F_w , man kann aus dem so gewonnenen c_D und c_w sogar ein Polardiagramm konstruieren, das (in Grenzen) eine befriedigende Ähnlichkeit mit dem für Flügelprofile gemessenen Polardiagramm hat. Sogar die aus Abb. 1 entnommenen Zahlenwerte $c_D = 0,45$ und $c_w = 0,025$ werden durch das Brett-Modell annähernd erreicht: Für $\alpha = 12^\circ$ ergibt sich $c_D \approx 0,15$ und $c_w \approx 0,032$. Man erkennt aber, daß von Anfang an das *Brett-Modell nur eine sehr grobe Beschreibung* liefert: Es berücksichtigt nicht die Dynamik des Mediums Luft (also u.a. das Hineinströmen in ein Unterdruckgebiet, das im Brett-Modell an der Oberseite hinter dem Brett entsteht) und deren Viskosität. In der Realität bilden sich am Brett die für die Modellrechnung "abgeschaltet gedachten" Wirbel, welche sehr stören, weil sie Energie fortführen und somit einen erheblich höheren Strömungswiderstand bewirken. Diese Wirbel kann man aber real weitgehend verhindern, indem man dem Brett das Tragflächenprofil gibt; die Luft wird dabei gewissermaßen "sanft" über die hinter dem Brett sonst entstehende "Problemzone" hinweggeführt. Auch bei dieser "sanften" realen Strömung gibt es eine "Impulsbilanz im Strömungsfeld"; ihr Ergebnis wird durch die - allerdings nicht mehr elementare - Auftriebsformel von Kutta-Joukowski beschrieben.

P.S. Eine Randbemerkung zur psychologischen, vielleicht auch zur lernpsychologischen Seite des Problems "Fliegen": Der Autor, früher von allzumenschlicher Flugangst gequält, ergreift heute, nachdem er sich einige Zeit mit der Physik des Fliegens beschäftigt hat, mit großem Vergnügen jede sich bietende Gelegenheit zu einer Flugreise.